Introduction

Ce volume rassemble, essentiellement, des notes de cours élaborées à l'occasion de l'école d'été qui a eu lieu à l'Institut Fourier (Grenoble) durant l'été 2004. Le nom de celle-ci : « Géométries à courbure négative ou nulle, groupes discrets et rigidités » a été repris pour intituler le présent livre. Bien souvent, ces notes de cours ont été substantiellement remaniées après coup.

La bibliographie de cette introduction privilégie, lorsque cela est possible, les références qui sont elles-mêmes des textes de synthèse. De ce fait, elle ne prétend en aucun cas à l'exhaustivité et cite parfois les auteurs des résultats à travers ces synthèses ; le lecteur est vivement incité à consulter les bibliographies des textes cités dans la courte liste de références ci-dessous.

1. Rigidité d'actions de groupes sur des espaces métriques

Sans trop entrer dans les détails, on peut décrire facilement un exemple de rigidité d'action de groupe sur un espace métrique. Supposons qu'un groupe discret Γ possède une action isométrique (proprement discontinue) naturelle sur un espace métrique X, et supposons que cette action soit non dégénérée (par exemple dans le sens où elle possède un domaine fondamental compact). On dit que l'action est *rigide* si pour tout autre espace métrique Y (appartenant à une classe d'espaces métriques la plus vaste possible) et pour toute action isométrique de Γ non dégénérée sur Y (par exemple sans point fixe global dans une compactification convenable de Y), il existe une copie isométrique et équivariante de X dans Y. Autrement dit, il reste quelque chose de la géométrie de X dans Γ, qui se transporte dans Y via l'action du groupe sur ce dernier espace.

Un exemple typique de cette situation est celui où Γ est le groupe fondamental d'une variété localement symétrique et où X est le revêtement universel de la variété en question. Ce revêtement universel est alors un espace symétrique (riemannien, comme toujours dans ce volume): X est une variété différentielle munie d'une métrique riemannienne pour laquelle chaque $x \in X$ est le point fixe isolé d'une involution isométrique [**Hel01**]. On peut partager les espaces symétriques (irréductibles, non compacts) en deux classes : ceux contenant des copies isométriques d'espaces euclidiens de dimension $\geqslant 2$ (espaces symétriques *de rang supérieur*) et ceux pour lesquels les seuls sous-espaces plats sont les géodésiques (espaces symétriques *hyperboliques*). Supposons simplement que X soit un espace symétrique riemannien, irréductible, non compact et de dimension $\geqslant 3$. Alors pour toute action de Γ par isométries, proprement discontinue et cocompacte, sur un espace symétrique riemannien du même type, on peut démontrer que Y est homothétique à X. Plus techniquement, soit M une variété localement symétrique compacte (ou plus généralement de volume fini) de revêtement universel irréductible et distinct de $\mathbb{H}^2_{\mathbf{R}}$. Alors le type d'homotopie de M, qui est tout entier contenu dans $\pi_1(M)$ puisque l'espace symétrique $\widetilde{M}$ est contractile, détermine le type d'isométrie de la variété. On parle de *rigidité forte*, ou encore de *rigidité de Mostow* [**Mos68**], [**Mos73**].

Comme cet exemple le suggère, on est amené à faire des hypothèses sur l'espace métrique source X, ainsi que sur l'espace métrique cible Y, pour espérer des rigidités intéressantes. Un autre bel exemple est l'énoncé suivant : un groupe discret possédant une action proprement discontinue de covolume fini sur un espace hyperbolique réel, de dimension $\geqslant 3$, ne peut être le groupe fondamental d'aucune variété kählérienne compacte [**ABC$^+$96**, Theorem 6.22].

2. Approche algébrique et approche géométrique de la super-rigidité

Les phénomènes de rigidité ont connu des développements très profonds à la fin des années 70, notamment grâce aux travaux de Margulis [**Mar75**]. Pour énoncer ceux-ci, il est préférable de changer de point de vue et de passer des espaces symétriques aux groupes algébriques semi-simples (dont font partie les groupes d'isométries des espaces symétriques). Cette reformulation a l'avantage de permettre de travailler avec des espaces cibles associés aux groupes algébriques sur des corps locaux non archimédiens (via la théorie des immeubles euclidiens de Bruhat-Tits [**Tit79**]). Ceci a permis à Margulis de prouver la conjecture d'arithméticité de Piatetski-Shapiro concernant les groupes fondamentaux des espaces localement symétriques de rang supérieur et de volume fini. Dans cette reformulation, les hypothèses de non dégénérescence de l'action du groupe fondamental s'expriment à la fois en termes de topologie de Zariski et de la topologie séparée héritée du corps local : on suppose que l'image de l'action dans le groupe cible est dense pour la topologie de Zariski et non relativement compacte pour la topologie forte. Une amélioration notoire par rapport à la rigidité de Mostow est que l'image du groupe fondamental n'est pas supposée discrète ; on parle de *super-rigidité.* Les preuves de Margulis mélangent des techniques subtiles concernant les groupes algébriques, des représentations unitaires et de la théorie ergodique [**Mar91**], [**Zim84**].

Le parti pris de ces notes est de privilégier une autre approche, plus géométrique. Elle a, elle aussi, permis d'élargir la classe des espaces métriques concernés par les phénomènes de rigidité à des espaces qui ne relèvent pas de la géométrie différentielle. Il s'avère que la principale hypothèse à faire, dans ce contexte plus dépouillé, est celle de courbure négative ou nulle. Dans ce cadre plus large, un espace est dit *à courbure négative ou nulle* si :

1. il est géodésique : deux points sont toujours connectés par un segment géodésique,
2. tout triangle géodésique est plus fin que le triangle de comparaison (i.e., aux arêtes de même longueur) du plan euclidien.

La seconde condition dit simplement que les médianes sont plus courtes dans l'espace en question que dans $\mathbf{R}^2$ [**BH99**]. Dans cette approche, les groupes d'isométries sont moins présents. On travaille plutôt sur des applications Γ-équivariantes de source X et de but Y, en cherchant à minimiser une fonctionnelle d'énergie. La convexité de cette fonctionnelle est précisément assurée par l'hypothèse de courbure et les applications qui réalisent ce minimum sont dites *harmoniques.* Dans les situations favorables, les applications harmoniques existent et une formule de type Bochner permet de démontrer qu'il s'agit en fait de plongements isométriques [**Pan95**]. Cette technique est plus ancienne que la super-rigidité de Margulis, dans le sens où la combinaison de techniques d'applications harmoniques avec des formules de Bochner remonte aux années 60. Cependant la possibilité de retrouver la super-rigidité dans le cas des espaces symétriques date des années 90 [**MSY93**], et le développement de ces techniques dans un cadre couvrant de larges classes d'espaces métriques, éventuellement singuliers aussi bien en ce qui concerne la source que le but, date des toutes dernières années [**GS92**], [**Pan**].

3. Quasi-isométries et invariants des actions de groupes

Conformément à cette volonté de privilégier les aspects et les techniques géométriques de la rigidité (voir aussi [**GP91**]), certains approfondissements récents des résultats évoqués ci-dessus sont abordés dans ce volume. Depuis Gromov, on sait qu'une façon de géométriser des problèmes de théorie des groupes consiste à voir un groupe de type fini comme un espace métrique [**Gro98**]. Cela se fait assez simplement, en choisissant pour un tel groupe Γ une partie génératrice finie, disons S, et symétrique : $S = S^{-1}$. On définit alors le *graphe de Cayley* de Γ par rapport à S : ses sommets sont par définition les éléments de Γ et deux sommets $\gamma, \gamma' \in \Gamma$ sont reliés par une arête si et seulement s'il existe $s \in S$ tel que $\gamma' = \gamma s$. Ce point de vue est très fructueux quand on travaille « à grande échelle » : cette dernière notion est formalisée par la définition de quasi-isométrie entre deux espaces métriques [**ET64**], une notion utilisée dans les travaux de Mostow sur la rigidité forte. Une *quasi-isométrie* de (X, d_X) vers (Y, d_Y) est une application $f : (X, d_X) \to (Y, d_Y)$ pour laquelle il existe des constantes $K \geqslant 1$ et $C \geqslant 0$ telles que :

$$\frac{1}{K} \cdot d_X(x, x') - C \quad \leqslant \quad d_Y\big(f(x), f(x')\big) \quad \leqslant \quad K \cdot d_X(x, x') + C$$

pour tous $x, x' \in X$, et

$$d_X\big((g \circ f)(x), x\big) \leqslant C \quad \text{et} \quad d_Y\big((f \circ g)(y), y\big) \leqslant C$$

pour tous $x \in X$ et $y \in Y$. On dit que des espaces métriques sont *quasi-isométriques* s'il existe une quasi-isométrie de l'un vers l'autre, ce qui définit en fait une relation d'équivalence sur les espaces métriques.

On retrouve naturellement des questions de rigidité quand on se pose par exemple la question suivante, qui met en jeu cette fois deux groupes discrets, disons Γ et Δ. Supposons que Γ opère sur un espace métrique X et que Δ soit quasi-isométrique à Γ ; le groupe Δ contient-il un sous-groupe d'indice fini admettant une action sur X conjuguée à celle de Γ ? Cette question est reliée à un problème plus vaste, qui consiste à classer à quasi-isométrie près les groupes de type fini. Un problème plus réaliste est de définir des invariants de quasi-isométrie (ce qui peut conduire à faire de l'analyse au bord d'espaces à courbure négative) ou de s'intéresser à une propriété algébrique de groupes et à se demander si elle est compatible à la quasi-isométrie. C'est le cas de l'hyperbolicité au sens de Gromov, et même de la relative hyperbolicité des groupes de type fini [**Gro87**], [**Dru**].

Une autre veine de généralisation consiste à définir des invariants numériques pour les actions métriques des groupes de type fini, de sorte qu'une situation naturelle (par exemple, l'action d'un réseau de groupe de Lie sur l'espace symétrique correspondant) réalise un minimum. En courbure négative, on peut considérer notamment des dimensions d'ensembles limites, ou des exposants de convergence de séries numériques associées à la croissance des orbites [**Sul79**], [**Sha00**]. Ensuite, on se donne une action d'un autre groupe sur le même espace et on se demande si le fait que cette action réalise le minimum de l'invariant implique une relation avec l'action naturelle. Dans le même ordre d'idées, on espère caractériser en termes d'entropie les métriques localement symétriques parmi les métriques à courbure négative. Dans ce recueil est abordée la question similaire où l'entropie est remplacée par le volume minimal, c'est-à-dire le minimum des volumes d'une variété différentielle donnée, quand on prescrit des conditions de courbure sur les métriques utilisées [**Gro82**].

4. Applications harmoniques pour les espaces singuliers, cohomologie bornée

Une autre illustration du fait que certaines techniques de géométrie différentielle finissent parfois par être mises en place dans des contextes d'espaces singuliers, est fournie par les applications harmoniques. Le point de vue variationnel sur ces applications permet de les définir dans le cas où l'espace cible est singulier. Ceci a donné lieu à des résultats de super-rigidité et d'arithméticité de groupes fondamentaux qui n'étaient pas couverts par les théorèmes de Margulis [**GS92**]. Plus récente est la mise en place de cette technique quand l'espace source est lui aussi singulier. Les travaux dans ce sens, dont il est rendu compte dans le texte de P. Pansu de ce recueil, soulèvent des questions difficiles de combinatoire, liées à la géométrie locale des complexes sources des applications harmoniques. Un problème est d'obtenir de bonnes estimations d'invariants spectraux pour en déduire que certaines applications harmoniques doivent être constantes ; cela conduit à des théorèmes de point fixe qui généralisent les résultats de super-rigidité à cible non archimédienne.

Enfin, ce volume rend compte d'une autre technique de rigidité : la cohomologie bornée, qui se définit en se limitant aux cochaînes bornées. Cette cohomologie est en général difficile à calculer et ne possède pas toutes les propriétés de naturalité attendues d'une cohomologie, mais une approche formelle a été développée malgré cela [**Mon01**]. La pertinence de la cohomologie bornée pour les problèmes de rigidité apparaît à travers de très beaux résultats sur les actions de groupes sur le cercle, dont il n'est malheureusement pas question dans ce volume [**Ghy01**]. Mentionnons quand même que cet exemple illustre le fait que certains cocycles classiques (Euler, Maslov) peuvent être utilisés en cohomologie bornée pour démontrer des restrictions sur l'existence de certaines actions de groupes. Pour indiquer de façon plus concrète les liens entre cohomologie bornée et rigidité, signalons simplement que le noyau de la flèche naturelle de la 2-cohomologie bornée réelle d'un groupe Γ vers sa 2-cohomologie réelle usuelle, mesure la possibilité pour Γ d'avoir des quasi-caractères $\Gamma \to (\mathbf{R}, +)$ (i.e., des caractères à constante additive près) qui ne soient pas somme d'un caractère au sens strict et d'une fonction bornée $\Gamma \to \mathbf{R}$.

5. Cas de non rigidité : espaces de modules et compactifications

Pour essayer d'être complet, il reste à évoquer des cas de non rigidité où les espaces métriques considérés ont pourtant une riche structure géométrique. Un bel exemple est celui de l'espace de Teichmüller d'une surface compacte (sans bord), connexe, orientable et de genre g, disons Σ_g. Cet espace est une cellule de dimension $6g-6$. Il s'identifie à (l'une ou l'autre des deux composantes connexes de) l'ensemble des représentations $\rho : \pi_1(\Sigma_g) \to \mathrm{PSL}_2(\mathbf{R})$ fidèles, discrètes et cocompactes (à conjugaison près). Ici on voit $\mathrm{PSL}_2(\mathbf{R})$ comme le groupe des isométries directes du plan hyperbolique réel $\mathbb{H}^2_{\mathbf{R}}$. L'existence d'un si gros espace de déformations correspond exactement au cas non couvert par le théorème (historique pour ce qui nous intéresse) de rigidité locale, dit *de Calabi-Weil*. Selon ce théorème, une petite déformation d'un sous-groupe discret cocompact provient nécessairement d'un automorphisme intérieur du groupe de Lie simple non compact ambiant ; ce groupe de Lie doit être supposé non localement isomorphe à $\mathrm{PSL}_2(\mathbf{R}) = \mathrm{Isom}_+(\mathbb{H}^2_{\mathbf{R}})$ [**Rag72**, VII.5].

Dans le cas des actions rigides, les espaces de modules sont de petits espaces sans intérêt géométrique, mais dans un cas comme celui de l'espace de Teichmüller, une question intéressante est celle de la compactification de l'espace des modules. Autrement dit, on cherche à comprendre comment peuvent dégénérer les actions d'un groupe Γ sur un espace Y donné : cela correspond à savoir faire converger certaines suites d'actions qui partent à l'infini dans l'espace de modules. Dans le cas de l'espace de Teichmüller, une compactification a été construite par Thurston, consistant à ajouter des actions du groupe fondamental $\pi_1(\Sigma_g)$ sur des arbres réels. La collection des arbres réels est celle des espaces métriques géodésiques dans lesquels les triangles sont des tripodes ; on peut voir ces espaces comme des dégénérescences d'espaces hyperboliques. Une généralisation de ces questions consiste à considérer les espaces de représentations d'un groupe de surface $\pi_1(\Sigma_g)$ donné dans un groupe $\mathrm{PSL}_n(\mathbf{R})$ pour $n \geqslant 3$. C'est une théorie aux interprétations géométriques passionnantes [**Lab06**], mais dont il ne sera hélas pas question dans ce volume.

Le quotient de l'espace de Teichmüller par l'action du groupe des classes d'isotopie de difféomorphismes préservant l'orientation de Σ_g (le groupe modulaire de la surface) est l'espace des modules des courbes complexes (compactes connexes) de genre g. Dans ce recueil, un autre espace de modules issu de la géométrie complexe sera considéré : celui des surfaces cubiques. En quelque sorte, pour boucler la boucle et retrouver dans un tout autre rôle les espaces symétriques (à l'origine des phénomènes de rigidité dont il est question ici), il est expliqué, au moyen de la théorie de Hodge, pourquoi la géométrie de cet espace de modules est modelée sur celle d'un espace hyperbolique complexe : il s'agit d'un quotient arithmétique explicite de $\mathbb{H}^4_{\mathbf{C}}$. En outre la compactification naturelle du point de vue de la géométrie complexe coïncide avec la compactification de Satake de l'espace localement symétrique en question [**ACT02**].

6. Le présent volume

Ce panorama un peu rapide étant dressé, décrivons maintenant l'organisation des différentes contributions de ce volume. Les papiers sont regroupés en quatre parties.

La première partie est conçue pour que le lecteur puisse se familiariser avec des exemples classiques de groupes et de géométries. L'article de J. Maubon introduit les espaces symétriques du point de vue de la géométrie différentielle ; on y définit au départ un espace localement symétrique purement en termes du tenseur de courbure, puis on déroule les conséquences de cette définition de façon à obtenir des propriétés de plus en plus concrètement géométriques. Le groupe des isométries y est étudié, les espaces CAT(0) y sont introduits, ainsi que leur bord, de façon à prouver la simplicité du groupe d'isométries d'un espace symétrique. L'article de P.-É. Paradan procède dans le sens exactement inverse puisqu'il part de considérations d'algèbres de Lie et de groupes de Lie pour aboutir à des calculs de connexions et de courbure sur les espaces homogènes des groupes de Lie semi-simples. Au terme de ces deux articles, le lecteur devrait pouvoir voir un espace symétrique aussi bien comme relevant de la théorie de Lie que de la géométrie différentielle. L'article de G. Rousseau introduit les immeubles, et plus particulièrement les immeubles euclidiens. Ce sont des espaces singuliers, en général des complexes simpliciaux, qui sont les analogues non archimédiens des espaces symétriques riemanniens ; ils comprennent aussi les arbres réels et des généralisations en dimension supérieure. Avec les graphes de Cayley des groupes de type fini, ce sont les premiers exemples sur lesquels essayer de généraliser des résultats de géométrie différentielle à un cadre singulier. Enfin, le texte d'Y. Benoist est constitué de cinq cours présentant des familles de sous-groupes discrets de groupes de Lie. Des notions et des propriétés fondamentales y sont traitées, notamment : construction arithmétique et critère de compacité, représentations unitaires (décroissance des coefficients matriciels, propriété (T) de Kazhdan), bords des groupes et usages des corps locaux. Non seulement il fournit des exemples utiles à la compréhension des géométries et des groupes qui apparaissent ensuite, mais il aborde la géométrie des groupes de Coxeter, une géométrie bien utile à l'étude des espaces symétriques et des immeubles.

La deuxième partie comporte un certain nombre de résultats de rigidité énoncés dans le cadre de la géométrie différentielle. Le texte de G. Besson rappelle l'énoncé et les étapes de la preuve du théorème de rigidité locale des réseaux (Calabi-Weil) ; celui de M. Bourdon aborde la rigidité de Mostow en rang 1, c'est-à-dire quand l'espace symétrique est de courbure strictement négative. Dans ce dernier texte, on voit comment des questions d'analyse apparaissent quand on travaille au bord des espaces hyperboliques, ce qui est naturel du point de vue de la géométrie à grande échelle des réseaux. Le texte de L. Bessières présente le problème du calcul du volume minimal des variétés riemanniennes, ainsi que de la pertinence de cet invariant pour distinguer des métriques naturelles sur une variété donnée. Enfin, le texte de M. Burger et A. Iozzi introduit la cohomologie bornée et les liens entre actions moyennables et résolutions dans ce contexte. Une formule d'intégration pour certains cocycles y est démontrée. Cette formule unifie certaines preuves précédentes utilisant la cohomologie bornée ; elle permet en particulier de retrouver simplement des résultats de rigidité locale en géométrie hyperbolique complexe.

La troisième partie aborde les questions de rigidité quand les espaces ambiants sont des espaces métriques singuliers, par exemple des graphes de Cayley de groupes de type fini ou des immeubles. Le texte de G. Courtois décrit des résultats de M. Bonk et B. Kleiner ; il s'agit de phénomènes de rigidité pour les espaces $\mathrm{CAT}(-1)$, c'est-à-dire ceux dans lesquels les triangles géodésiques sont plus fins que dans le plan hyperbolique. Il s'agit de démontrer des résultats de rigidité en utilisant des invariants numériques tels que la dimension de Hausdorff et la dimension topologique d'ensembles limites de groupes opérant sur de tels espaces ; le cas limite est celui où ces deux dimensions sont égales. La contribution de C. Drutu est une présentation générale du problème des quasi-isométries entre groupes de type fini. Elle y introduit les cônes asymptotiques des espaces métriques et y aborde plus précisément la relative hyperbolicité des groupes, c'est-à-dire une propriété qui généralise le fait d'être un réseau non uniforme d'un espace hyperbolique. Le texte de P. Pansu s'attaque lui aussi au passage de la géométrie différentielle aux espaces singuliers, puisqu'il porte sur les applications harmoniques dont la source est un complexe simplicial. Ce texte contient aussi une présentation du raisonnement qui permet de déduire des propriétés d'arithméticité ou de (non-)linéarité de propriétés de rigidité ou de points fixes.

La quatrième partie présente les deux espaces de déformations évoqués plus haut. Le texte de F. Paulin rappelle la construction de la compactification de Thurston de l'espace de Teichmüller. Les cônes asymptotiques refont en quelque sorte leur apparition, sous forme d'arbres réels : alors que l'espace de Teichmüller paramètre certaines actions d'un groupe de surface sur le plan hyperbolique, ce sont des actions sur des arbres réels qu'on lui ajoute pour le compactifier. Le texte d'A. Beauville présente les travaux d'Allcock-Carlson-Toledo où la théorie de Hodge est utilisée pour décrire l'espace de modules des surfaces cubiques. Le résultat principal est une description complètement explicite de cet espace de modules comme variété localement symétrique (en fait, hyperbolique complexe) de volume fini. Le réseau correspondant du groupe d'isométries est décrit lui aussi ; c'est un sous-groupe arithmétique de $\mathrm{SU}(4,1)$.

Remerciements. Ce livre recueille les versions retravaillées des notes des cours donnés à l'occasion de l'école d'été 2004 de l'Institut Fourier. Publier ces textes est une nouvelle occasion d'exprimer tout notre gratitude au personnel de l'Institut Fourier, qui a fait preuve d'une très grande compétence et d'une très grande gentillesse envers tous. Nous avons plaisir à remercier à nouveau les orateurs, qui ont fourni un gros travail pour les cours eux-mêmes, et pour le remaniement ultérieur des textes. L'audience elle-même n'est pas sans mérite ; ce ne fut pas une mince affaire de suivre trois semaines de cours avancés en pleine chaleur grenobloise. Enfin, un remerciement spécial est dû à Arnaud Beauville, qui a accepté que ses notes sur les travaux d'Allcock-Carlson-Toledo, rédigées en d'autres occasions, soient incorporées à ce recueil.

Laurent Bessières, Anne Parreau, Bertrand Rémy

Références

[ABC$^+$96] J. Amorós, M. Burger, K. Corlette, D. Kotschik, and D. Toledo, *Fundamental groups of compact Kähler manifolds*, Mathematical Surveys and Monographs, vol. 44, American Mathematical Society, 1996.

[ACT02] D. Allcock, J.A. Carlson, and D. Toledo, *The complex hyperbolic geometry of the moduli space of cubic surfaces*, J. Algebraic Geometry **11** (2002), 659–724.

[BH99] M. Bridson and A. Haefliger, *Metric spaces of non-positive curvature*, Grund. der Math. Wiss., vol. 319, Springer, 1999.

[Dru] C. Drutu, *Quasi-isometry rigidity of groups*, ce volume.

[ET64] V. Efremovitch and E. Tichonirova, *Equimorphisms of hyperbolic spaces*, Izv. Akad. Nauk. CCCP **28** (1964), 1139–1144.

[Ghy01] É. Ghys, *Groups acting on the circle*, Enseign. Math. **47** (2001), 329–407.

[GP91] M. Gromov and P. Pansu, *Rigidity of lattices: an introduction*, Geometric topology: recent developments, (Montecatini Terme, 1990), Lecture Notes in Math., vol. 1504, 1991, pp. 39–137.

[Gro82] M. Gromov, *Volume and bounded cohomology*, Publ. Math. Inst. Hautes Étud. Sci. **56** (1982), 5–99.

[Gro87] ______, *Hyperbolic groups*, Essays in group theory, Math. Sci. Res. Inst. Publ., vol. 8, Springer, 1987, pp. 75–263.

[Gro98] ______, *Metric structures for Riemannian and non-Riemannian spaces*, Progress in Mathematics, vol. 152, Birkhäuser, 1998.

[GS92] M. Gromov and R. Schoen, *Harmonic maps into singular spaces and p-adic superrigidity for lattices in groups of rank one*, Publ. Math. Inst. Hautes Étud. Sci. **76** (1992), 165–246.

[Hel01] S. Helgason, *Differential geometry, Lie groups, and symmetric spaces (corrected reprint of the 1978 original)*, Graduate Studies in Mathematics, vol. 34, American Mathematical Society, 2001.

[Lab06] F. Labourie, *Anosov flows, surface groups and curves in projective space*, Inv. Math. **165** (2006), 51–114.

[Mar75] G.A. Margulis, *Discrete groups of motions of manifolds of non-positive curvature*, Proceedings, Int. Congr. Math. (Vancouver, 1974), vol. 2, 1975, pp. 21–34.

[Mar91] ______, *Discrete subgroups of semisimple Lie groups*, Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete (3), vol. 17, Springer, 1991.

[Mon01] N. Monod, *Continuous bounded cohomology of locally compact groups*, Lecture Notes in Mathematics, vol. 1758, Springer-Verlag, 2001.

[Mos68] G.D. Mostow, *Quasi-conformal mappings in n-space and the rigidity of hyperbolic space forms*, Publ. Math. Inst. Hautes Étud. Sci. **34** (1968), 53–104.

[Mos73] ______, *Strong rigidity of locally symmetric spaces*, Annals of Math. Studies, vol. 78, Princeton University Press, 1973.

[MSY93] N. Mok, Y.T. Siu, and S.K. Yeung, *Geometric superrigidity*, Invent. Math. **113** (1993), 57–83.

[Pan] P. Pansu, *Super-rigidité géométrique et applications harmoniques*, ce volume.

[Pan95] P. Pansu, *Sous-groupes discrets des groupes de Lie : rigidité et arithméticité*, Séminaire Bourbaki, exposé 778, Astérisque, vol. 105, Société mathématique de France, 1995, pp. 69–105.

[Rag72] M.S. Raghunathan, *Discrete subgroups of Lie groups*, Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, vol. 68, Springer, 1972.

[Sha00] Y. Shalom, *Rigidity, unitary representations of semisimple groups, and fundamental groups of manifolds with rank one transformation group*, Ann. of Math. **152** (2000), 113–182.

[Sul79] D. Sullivan, *The density at infinity of a discrete group of hyperbolic motions*, Publ. Math. Inst. Hautes Étud. Sci. **50** (1979), 171–202.

[Tit79] J. Tits, *Reductive groups over local fields*, Automorphic forms, representations and L-functions (Armand Borel and William A. Casselman, eds.), Proc. Symp. Pure Math. (Oregon State Univ., Corvallis, 1977), vol. XXXIII, part 1, American Mathematical Society, 1979, pp. 29–69.

[Zim84] Robert J. Zimmer, *Ergodic theory and semisimple groups*, Monographs in Mathematics, vol. 81, Birkhäuser, 1984.

TABLE DES MATIÈRES