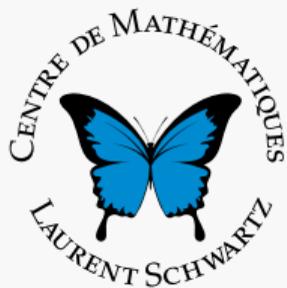




# Mathématiques, amphî zéro

# CENTRE DE MATHÉMATIQUES LAURENT SCHWARTZ

Directeur du laboratoire : Charles Favre





On peut considérer que les mathématiques françaises occupent le 2ème rang mondial.

Médaille Fields : USA (12), France (11), Russie (9), UK (5)...

Prix Abel (depuis 2003) : USA (10), France (4)...

Revue française : Publications mathématiques de l'IHÉS, Annales scientifiques de l'ÉNS, Journal de l'École polytechnique, Annales de l'Institut Fourier...

Nombreux chercheurs invités aux conférences les plus prestigieuses, dont l'International Congress of Mathematicians (ICM).

Établissements d'envergure internationale en mathématiques : Paris 11, Paris 6, Paris 7, Paris 9, ENS Ulm, École polytechnique, ENS de Lyon, Aix-Marseille, Grenoble-Alpes, Rennes, Strasbourg...

Structuration importante des unités de recherche en mathématiques : le CNRS joue un rôle décisif dans le fonctionnement de ce réseau (dissémination de chercheurs à travers toute la France).



## Un potentiel de recherche exceptionnel

### Mathématiques

**320 chercheurs et enseignants-chercheurs**

- 6 médailles Fields, 1 prix Abel, 1 prix Gauss
- 4 médailles Or/Argent du CNRS
- 12 membres de l'académie des Sciences

### Physique

**2700 chercheurs et enseignants-chercheurs.**

- 2 Prix Nobel
- 18 médailles Or/Argent du CNRS
- 9 membres de l'académie des Sciences

### Sciences et Techniques de l'Ingénieur

**1200 chercheurs et enseignants-chercheurs.**

- 4 membres Académie des Sciences
- 9 membres de l'Académie des Techno
- 8 médailles Or/Ag du CNRS

### STIC

**1200 chercheurs et enseignants-chercheurs.**

- 4 membres Académie des Sciences
- 8 médailles Or/Ag du CNRS

### SHS/Economie/Management

**1200 chercheurs et enseignants-chercheurs.**

- 2 médailles Argent du CNRS

### Chimie-Biologie-Sciences de la Santé

**4200 chercheurs et enseignants-chercheurs**

- 14 médailles Or/Argent CNRS
- 6 membres de l'Académie des Sciences



La Fondation Mathématique Jacques Hadamard (FMJH) a pour vocation de rassembler les mathématiciens du campus de Saclay au plus haut niveau dans leur domaine.

Ses membres fondateurs sont le CNRS et les laboratoires associés au CNRS de l'**ENS Cachan** (CMLA), de l'**Université Paris Sud** (Laboratoire de mathématiques d'Orsay), de l'**École polytechnique** (CMAP et CMLS) et de l'**IHÉS**.

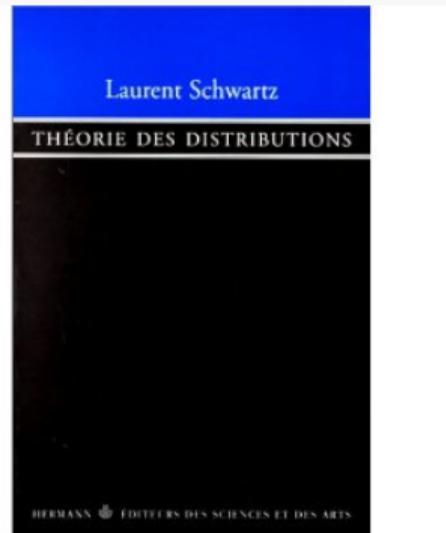
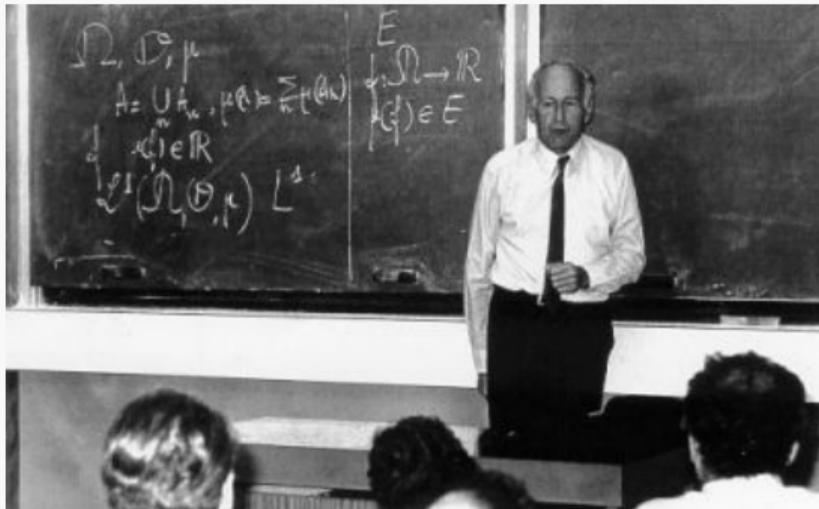
Avec l'**UVSQ** (LMV), qui en 2013 a joint la FMJH comme membre associé, ceci constitue la liste des laboratoires membres de la FMJH.

La FMJH a également reçu le soutien de ParisTech, du CEA (IPhT), d'INRIA et d'EDF.



« Pour inventer, il faut penser à côté. » (repris du philosophe Paul Souriau par JH).

# Laurent Schwartz : un mathématicien français célèbre pour



ses travaux sur la théorie des distributions (voir MAT433),



*24 de cop*

**11/15** Multiplication  $\langle \alpha, T, \varphi \rangle = \langle T, \alpha \varphi \rangle$ .  $\langle \alpha, T \rangle = f$   
 $\alpha \delta' = \alpha(\epsilon) \delta' - \alpha'(\epsilon) \delta$   $\alpha \delta = 0$ ,  $\alpha \delta' = -\delta$

**11/20** Associativité  $\alpha \beta T$ . Mais  $(\frac{1}{2}) (\alpha) (\delta)$   
 $\Leftrightarrow \alpha T = 0 \Leftrightarrow T = 0$  si  $\alpha \neq 0$   
 $\alpha T = 0 \Leftrightarrow T = C \delta$   
 Car  $T(x) = \delta(x) = 0$ .  $\forall x \in \mathbb{R}, \delta(x) = 1, \varphi(x) = 0$   
 $+ \chi, T(\varphi) = \delta(0) \varphi(0), T = \delta \delta$   
 Généralisation  $\alpha \delta T = 0 \rightarrow T = \sum_{k=1}^{\infty} C_k \delta^{(k)}$   
 Dem d  $\alpha$  est simple ou multiple

**11/25** Dérivation du produit  $(\alpha T)' = \alpha' T + \alpha T'$   
 Impossibilité des produits de distributions

**11/30** Image directe  $H_T^{-1}$  de  $H_C^{-\infty}$  et propriété  
 support de  $T$ .  $\langle H_T^{-1} \varphi \rangle = \langle T, H_T^{-1} \varphi \rangle$   
 Prouver pour mieux faire dans d'autres cas

**11/35** Topologie faible dans  $\mathcal{D}'$   
 $\langle T_n, \varphi \rangle \rightarrow \langle T, \varphi \rangle$   
 Ch (Banach-Hausdorff)  $T$  est continue et la  
 conv. est uniforme sur tout compact de  $\mathcal{D}_K$ .  
 LK famille à formes bornées  $\rightarrow$  compacte  
 Donc  $\langle T_n, \varphi \rangle \rightarrow \langle T, \varphi \rangle$  unif sur tout borné de  $\mathcal{D}_K$

ses cours à l'X remarquablement clairs et parfaitement minutés,



son exceptionnelle collection de papillons,



ses engagements politiques et citoyens.



La composition du CMLS est la suivante :

- entre 20 et 25 chercheurs et enseignant-chercheurs permanents, dont une demi-douzaine de professeurs de l'École polytechnique ;
- 2 ingénieurs de l'armement ;
- une quinzaine de chercheurs du CNRS ;
- 1 responsable administrative et 1 gestionnaire ;
- une quinzaine de doctorants.



Mathématiques discrètes

Combinatoire

Théorie des nombres

Théorie des représentations

Géométrie algébrique et arithmétique

Géométrie complexe

Systèmes dynamiques

Géométrie différentielle

Équations aux dérivées partielles

Calcul des variations

Contrôle

Physique mathématique

Théorie spectrale

# DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE

Président : Bertrand Rémy



université  
PARIS-SACLAY



**MAT311 ou MAT321 : cours de tronc commun adapté à la filière d'origine des élèves**

**INTRODUCTION À L'ANALYSE RÉELLE (B. Rémy)**

ou

**ANALYSE RÉELLE ET INTRODUCTION AUX MÉTHODES VARIATIONNELLES**

(F. Pacard)

Cours de 9 blocs posant les bases de plusieurs théories omniprésentes en mathématiques, ainsi que dans plusieurs autres disciplines scientifiques (mécanique, physique etc.)

*Topologie* (géométrie, analyse etc.)

*Intégration* (probabilités, systèmes dynamiques etc.)

*Espaces de Hilbert* (opérateurs, mécanique quantique etc.)

Ressources pédagogiques en ligne (exercices, remise en forme) :

<http://moodle.polytechnique.fr>



## 1ère période :

**MAT431 (8 blocs) : CALCUL DIFFÉRENTIEL ET FONCTIONS HOLOMORPHES**  
(D. Renard).

Étude qualitative des solutions d'équations différentielles, différentes notions de stabilité.

## 2ème période : choix entre

**MAT432 (8 blocs) : ANALYSE DE FOURIER ET THÉORIE SPECTRALE** (Y. Martel).  
Applications de l'analyse hilbertienne et de la théorie spectrale à l'étude des principales équations aux dérivées partielles de la physique mathématique.

et

**MAT433 (8 blocs) : DISTRIBUTIONS** (F. Golse).

Généralisation de la notion de fonction, pour laquelle la dérivation est toujours définie, application à l'étude des équations aux dérivées partielles et à l'analyse de Fourier.



## 3ème période :

**MAT451 (8 blocs) : ALGÈBRE ET THÉORIE DE GALOIS** (D. Hernandez).

Étude des extensions de corps, résolubilité par radicaux d'équations algébriques, constructions géométriques à la règle et au compas, etc.

## 4ème période :

**MAT452 (8 blocs) : ANALYSE FONCTIONNELLE** (B. Rémy).

Étude d'espaces de fonctions et de mesures, théorèmes de densité et de compacité, réductions de transformations linéaires entre espaces fonctionnels etc.



## **PSC (Projet Scientifique Collectif) :**

Il s'agit de projets confiés à de petits groupes (5-7) d'élèves étudiant en profondeur un sujet de leur choix sous la direction d'1 ou 2 membres du département ou du CMLS :

- projet à long terme (1 an) opéré en équipe ;
- favorisant l'initiative scientifique des élèves ;

les élèves sont responsables de la stratégie d'étude et de sa mise en œuvre.

## **MODAL :**

But : initier de petits groupes (6-10) d'élèves à certains aspects de la recherche mathématique contemporaine. Le MODAL insiste sur une méthodologie basée sur la collaboration, chaque élève étant chargé d'une contribution personnelle au rapport final.

## **À titre d'exemple, les sujets proposés en 2012-2014 :**

noeuds aléatoires, groupes discrets et pavages, uniformisation des surfaces de Riemann, géométrie tropicale etc.



## PA (Programme d'Approfondissement) (= Master 1)

Offre de cours en 2016-2017

**1er trimestre** : systèmes dynamiques, théorie algébrique des nombres, topologie différentielle, équation de Schrödinger non linéaire : solitons, simulation et explosion, modules et groupes finis.

**2ème trimestre** : théorie spectrale et mécanique quantique, introduction à la géométrie algébrique et courbes elliptiques, groupes compacts et groupes de Lie, surfaces de Riemann, transport et diffusion, relativité générale.

## Interfaces avec d'autres champs scientifiques

- Informatique : arithmétique et codes.
- Physique : relativité générale, solitons, modèles cinétiques et de diffusion, groupes de symétries en physique.

Chaque élève choisit 3 cours et un enseignement d'approfondissement à chaque semestre.



Projet d'environ 3 mois dans une équipe de recherche.

Ce stage se fait en général en milieu universitaire : soit au CMLS lui-même, soit en France, soit à l'étranger.

Les élèves travaillent sous la direction conjointe d'un **responsable de stage** (local) et d'un **tuteur** (au CMLS), qui suivent leur progression.

Le stage de recherche se termine par la rédaction d'un mémoire d'une trentaine de pages et par une soutenance (présentation orale).

**Prix/Félicitations** : 3 (X2010), 5 (X2009), 1 (X2008), 3 (X2007), 4 (X2006), et surtout, parfois : publication scientifique.



## Le programme du séminaire en 2015-2016 :

Introduction à la théorie des catégories

Comportement asymptotique du trou spectral (preuve par J.-P. Serre du théorème d'Alon et Boppana)

Introduction à la topologie algébrique (groupe fondamental)

Une introduction à la géométrie projective

Graphes expanseurs

Introduction aux algèbres des quaternions et théorème de Witt

Le théorème de Mordell-Weil

## Page web du séminaire :

<https://portail.polytechnique.edu/mathematiques/enseignements/seminaire-des-eleves>



## Master 2

L'École polytechnique participe aux principaux programmes de Master 2 de la région parisienne :

**AAG** (Arithmétique, analyse, géométrie), université Paris-Saclay

**AMS** (Analyse, modélisation, simulation), université Paris-Saclay

**ANEDP** (Analyse numérique et EDP), université Pierre-et-Marie Curie

## Thèse de doctorat

La thèse de doctorat de recherche en mathématique est l'aboutissement du premier programme de recherche (sur 3 ans) d'un mathématicien ; elle est préparée sous la direction d'un chercheur confirmé, et débouche en général sur une série de publications dans des revues internationales.



- les **visites du CMLS** qui auront lieu les **25 avril** et **3 mai** 2017
- la possibilité (sur sélection) de participer à des **olympiades de mathématiques** International Mathematics Competition for University Students 2017 Blagoevgrad (Bulgarie) du **31 juillet au 6 août** 2017

<http://www.imc-math.org.uk>

- la possibilité (sur sélection) de participer à une **école d'été commune** entre l'École polytechnique, la Freie Universität de Berlin et l'Université de Jérusalem sur le campus de Givat Ram (Jérusalem) du **6 au 17 août** 2017

<http://math.huji.ac.il/~jbreuer/workshop>